



Bursa Uludağ Üniversitesi
Matematik Bölümü

Ayın Sorusu - Ekim 2026

Soru: Euler'in φ fonksiyonu. Bir m pozitif tamsayısı için $\varphi(m)$, $1 \leq k \leq m$ olup m ile aralarında asal olan k tamsayılarının sayısıdır:

$$\varphi(m) = \#\{k : 1 \leq k \leq m, (k, m) = 1\}.$$

Burada $\#A$, A kümesinin eleman sayısını; (k, m) ise k ile m 'nin en büyük ortak bölenini (EBOB) gösterir. Örneğin $\varphi(1) = 1$, $\varphi(6) = 2$, $\varphi(9) = 6$. p asal ve $a \geq 1$ ise $1, 2, \dots, p^a$ sayılarından p^a ile aralarında asal olmayanlar p 'nin katlarıdır ve bunlardan p^{a-1} tane vardır; bu yüzden

$$\varphi(p^a) = p^a - p^{a-1}.$$

Özel olarak $\varphi(2^a) = 2^{a-1}$ 'dir.

Euler teoremi. $m \geq 2$ ve a tamsayıları için $(a, m) = 1$ ise

$$a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}.$$

bilgileri verilmiştir.

Buna göre $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ sayıları $(50!)^2$ sayısının tüm asal çarpanları olsun. $(50!)^2$ sayısının en büyük tek çarpanına bölümünden elde edilen sayı m olmak üzere,

$$n p_1^{100!} + (n-1) p_2^{100!} + \dots + 2 p_{n-1}^{100!} + 1 \cdot p_n^{100!}$$

toplamının m ile bölümünden kalan kaçtır?